

$$-dT = \frac{dU}{dV} \quad -d\gamma = \frac{dF}{dV}$$

per cui la condizione (5) diventa semplicemente

$$\frac{dU}{dV} \sim \frac{dF}{dV}$$

od anche, sostituendo i valori (7) e riducendo

$$\frac{dY}{dV} \frac{dX}{dU} = \frac{dZ}{dV} \frac{dY}{dU} = \frac{dZ}{dV} \frac{dX}{dU}$$

La condizione dell'esistenza di una superficie normale ad un sistema di rette venne data sotto questa forma dal sig. KUMMER \*).

Si può supporre invece che i coseni  $X, Y, Z$  sieno dati in funzione delle coordinate  $x, y, z$  del punto in cui la retta incontra la superficie iniziale; in questo caso, esprimendo le derivate di  $X, Y, Z$  rispetto ad  $u, v$  per quelle rispetto ad  $x, y, z$ , si ottiene

$$\frac{dX}{dU} = \frac{dY}{dV} = \frac{dZ}{dV}$$

$$\frac{dX}{dU} = \frac{dY}{dV} = \frac{dZ}{dV}$$

ossia, rappresentando con  $F(x, y, z) = 0$  l'equazione della superficie iniziale, ed osservando che si ha

$$\frac{dF}{dU} = \frac{dF}{dV} = \frac{dF}{dV}$$

Se la superficie iniziale  $F = 0$  si considera come data, quest'equazione, combinata colla  $F = 0$ , o la condizione cui devono soddisfare le funzioni  $X, Y, Z$ , affinchè le rette che partono da quella superficie formino il sistema delle normali di una medesima

\*) *Allgemeine Theorie der geraden Strahlensysteme* [Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. LVII (1860), pag. 189].